ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2019

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. α

Α4. γ

Α5. α. Λάθος
β. Σωστό
γ. Λάθος
δ. Σωστό
ε. Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1. Σωστό ii

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ

Πριν την κρούση: $f_1 = \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{\upsilon_{\mathrm{H}} + \upsilon_5} f_s = \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{\upsilon_{\mathrm{H}} + \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{20}} f_s = \dfrac{20}{21} f_s$

ΑΔΟ για την κρούση: $\vec{P}_{o\lambda(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})} = \vec{P}_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)}$

$$2m \cdot V = m\upsilon_s \Rightarrow V = \frac{\upsilon_s}{2} = \frac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{40}$$

Μετά την κρούση: $f_2 = \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{\upsilon_{\mathrm{H}} + V} f_s = \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{\upsilon_\eta + \dfrac{\upsilon_{\mathrm{H}}}{40}} f_s = \dfrac{40}{41} f_s$

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}$$

Β2. Σωστό το iii

Σταθεροποίηση στάθμης νερού στο δοχείο όταν:

$$\Pi_{\varepsilon\iota\sigma\varepsilon\rho\chi} = \Pi_{\varepsilon\xi\varepsilon\rho\chi}$$

$$A_2 \cdot \upsilon_2 = A_3 \cdot \upsilon_3$$

$$2A_3 \cdot \upsilon_2 = A_3 \upsilon_3$$

$$2\upsilon_2 = \upsilon_3 \quad (1)$$

Εξ. Συνέχειας στα σημεία Δ και Γ

$$A_1 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$

$$2A_2 \upsilon_1 = A_2 \upsilon_2$$

$$\upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2}$$

Νόμος υδροστατικής στον κατακόρυφο σωλήνα

$$P_\Delta = P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h$$

Εξ. Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής από (Δ) ως (Γ) με στάθμη αναφοράς την x'x:

$$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 + 0 = P_r + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + 0$$

$$P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h + \frac{1}{2}\rho\left(\frac{\upsilon_2}{2}\right)^2 = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2$$

$$\rho g h = \frac{3}{8}\rho\upsilon_2^2$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{\frac{8gh}{3}}$$

Εξίσωση Bernoulli κατά μήκος της ρευματικής γραμμής από σημείο Θ της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στο δοχείο, μέχρι το σημείο Ζ:

$$P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\theta^2 + \rho g H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_3^2 + 0$$

$$\upsilon_3 = \sqrt{2gH}$$

Η σχέση (1) γίνεται: $2\sqrt{\frac{8gh}{3}} = \sqrt{2gH} \Rightarrow 4\frac{8gH}{3} = 2gH \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$

Β3. Σωστό το ii

Για την μετάβαση της ράβδου από ΟΑ ως ΟΔ εφαρμόζουμε το θεώρημα έργου-ενέργειας (ΘΜΚΕ):

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - \mathrm{K}_{\alpha\rho\chi} = W_F$$

$$\frac{1}{2} I\rho\omega^2 - 0 = \tau_F \cdot \theta$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\mathrm{M}L^2\omega^2 = FL\frac{\pi}{2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{3F\pi}{\mathrm{ML}}} \Rightarrow \omega = 3\pi \, {rad}/{s}$$

Για την κρούση της ράβδου με το υλικό σημείο ισχύει η διατήρηση της στροφορμής (ΑΔΣ)

$$\overrightarrow{L_{o\lambda\,(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}} = \overrightarrow{L_{o\lambda(\pi\rho\iota\nu)}}$$

$$\mathrm{I}_{o\lambda} \cdot \omega' = \mathrm{I}_{\rho} \cdot \omega$$

$$\left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega' = \frac{1}{3}\mathrm{M}L^2\omega \Rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2}\, {rad}/{s}$$

$$\omega' = \frac{\Delta\Theta}{\Delta t} \; (\textit{στροφική ομαλή κίνηση από τη θέση } \mathrm{O\Delta} \textit{ στην } \mathrm{OE})$$

$$\Delta t = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{3\pi}{2}} = \frac{1}{3}s$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Αρχική ισορροπία του Σ_1

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l = m_1 g \Rightarrow k = 200 \, {N}/{m}$$

Στη Θ.Ι. του συσσωματώματος:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow k\Delta l' = (m_1 + m_2)g \Rightarrow \Delta l' = 0.1m$$

Στη ΘΦΜ: υ=0 άρα η ΘΦΜ είναι η ανώτερη ακραία θέση, οπότε το πλάτος είναι $A = \Delta l' = 0{,}1m$

Γ2.

Η θέση κρούσης είναι : $x_0 = \Delta l' - \Delta l = 0{,}05 m$

ΑΔΕΤ για το συσσωμάτωμα:

$$K + U = E$$

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 + \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$V = \sqrt{\frac{k(A^2 - x_0^2)}{m_1 + m_2}} \Rightarrow V = 0{,}5\sqrt{3}\, m/s$$

ΑΔΟ για την πλαστική κρούση:

$$\vec{p}_{\text{ολ}(\pi\rho\iota\nu)} = \vec{p}_{\text{ολ}(\mu\varepsilon\tau\acute{\alpha})}$$

$$m_2\upsilon_0 = (m_1 + m_2)V$$

$$\upsilon_0 = \sqrt{3}\, m/s$$

Άρα η κινητική ενέργεια του $Σ_2$ είναι:

$$K = \frac{1}{2}m_2\upsilon_0^2$$

$$K = 1{,}5 J$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ

Γ3.

Η μεταβολή της ορμής του $Σ_2$ είναι:

$$\Delta\vec{p_2} = \vec{p}_{2(\tau\varepsilon\lambda)} - \vec{p}_{2(\alpha\rho\chi)}$$

$$\Delta\vec{p}_2 = m_2\vec{V} - m_2\vec{\upsilon_0}$$

Αλγεβρικά, με θετική τη φορά προς τα πάνω:

$$\Delta p_2 = -0{,}5\sqrt{3} kg\, m/s$$

Άρα $\left|\Delta\vec{p_2}\right| = 0{,}5\sqrt{3} kg\, m/s$

$\Delta\vec{p_2}$ κατεύθυνση προς τα κάτω.

Γ4. $x = A\eta\mu(\omega t + \phi_0)$

$x_0 = A\eta\mu\phi_0$

$+0{,}05 = 0{,}1\eta\mu\phi_0$

$\eta\mu\phi_0 = \dfrac{1}{2} = \eta\mu\dfrac{\pi}{6}$

$\phi_0 = 2\kappa\pi + \dfrac{\pi}{6}\gamma\iota\alpha$ k=0 και $0 \le \phi_0 < 2\pi$ επομένως $\phi_0 = \dfrac{\pi}{6} rad$ (Δεκτή)

$\phi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \dfrac{\pi}{6}$ για k=0 και $0 \le \phi_0 < 2\pi$ $\phi_0 = \dfrac{5\pi}{6} rad$ (Απορρίπτεται γιατί V >0)

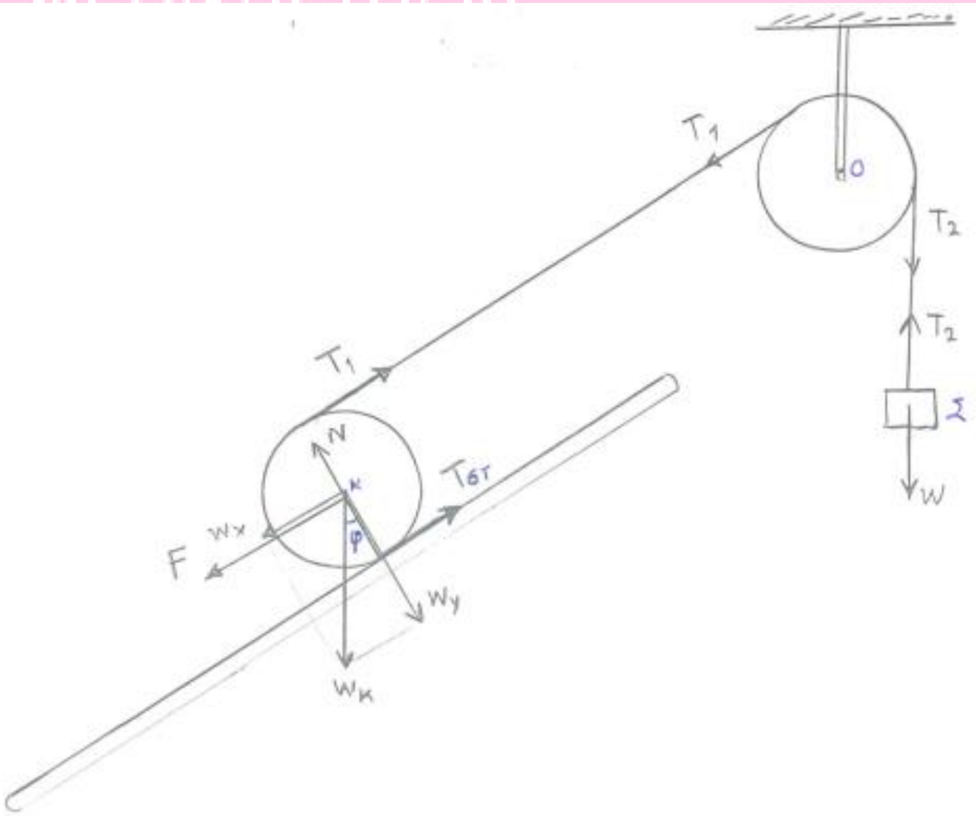
$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow \omega = 10 rad/s$

Άρα η εξίσωση απομάκρυνσης:

$x = 0{,}1\eta\mu(10t + \dfrac{\pi}{6})$ (SI)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Ισορροπία του Σ: $\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = M_\Sigma g = 20N$

Ισορροπία τροχαλίας: $\Sigma_{\tau(0)} = 0 \Rightarrow \mathrm{T}_1 R_T = T_2 R_T \Rightarrow T_2 = 20N$

Ισορροπία κυλίνδρου: $\Sigma \tau_{(\kappa)} = 0 \Rightarrow \mathrm{T}_1 R = T_{\sigma\tau} R \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 20\mathrm{N}$

$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + W_x = T_1 + T_{\sigma\tau} \Rightarrow F = 30N$

Δ2.

Εφαρμόζουμε το θεμελιώδη νόμο για την κίνηση

Για το Σ: $\Sigma F = M_\Sigma a_\Sigma$

$Mg - T'_2 = M_\Sigma a_\Sigma$ (1)

Για την τροχαλία: $\Sigma \tau = \mathrm{I}_\mathrm{T} \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu}$

$$\mathrm{T}_2' R_T - T_1' R_T = \frac{1}{2} M_T \cdot R_T^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu}'$$

$$\mathrm{T}_2' - \mathrm{T}_1' = \frac{1}{2} \mathrm{M}_\mathrm{T} \cdot R_T \cdot a_{\gamma\omega\nu}' \quad (2)$$

Όπου $R_T \cdot a_{\gamma\omega\nu}' = \alpha_\Sigma$, επειδή το νήμα δεν ολισθαίνει στην τροχαλία.

Άρα: $\mathrm{T}_2' - \mathrm{T}_1' = \frac{1}{2} \mathrm{M}_\mathrm{T} \alpha_\Sigma$ (2)

Για τον κύλινδρο $\Sigma F_x = M_k \cdot a_{CM}$

$T_1' + T_{\sigma\tau}' - W_x = M_k a_{CM}$ (3)

$$\Sigma \tau_{(\kappa)} = \mathrm{I}_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_1' R_\kappa - \mathrm{T}_{\sigma\tau}' R_\kappa = \frac{1}{2} \mathrm{M}_\kappa R_\kappa^2 \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow \mathrm{T}_1' - \mathrm{T}_{\sigma\tau}' = \frac{1}{2} \mathrm{M}_\kappa \alpha_{cm} \quad (4)$$

Όπου $R_\kappa \alpha_{\gamma\omega\nu} = \alpha_{CM}$ επειδή ο κύλινδρος κυλάει χωρίς να ολισθαίνει.

$$(3) + (4) \Rightarrow 2T_1' - W_x = \frac{3}{2} M_\kappa \alpha_{CM} \quad (5)$$

Το νήμα είναι μη έκτακτο και δεν ολισθαίνει στον κύλινδρο, άρα η επιτάχυνση του Σ έχει ίσο μέτρο με την επιτάχυνση του σημείου στο οποίο το νήμα εφάπτεται στον κύλινδρο.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ

Άρα $a_{\Sigma} = a_{CM} + a_{\gamma\omega\nu} \cdot R_{\kappa} = 2\alpha_{CM}$

$$(1) \Rightarrow Mg - T_2^{'} = M\,2a_{CM}$$

$$(2) \Rightarrow T_2^{'} - T_1^{'} = \frac{1}{2} M_T\, 2a_{CM}$$

$$(5) \Rightarrow T_1^{'} - \frac{W_x}{2} = \frac{3}{4} M_{\kappa} \alpha_{CM}$$

Προσθέτοντας κατά μέλη προκύπτει:

$$Mg - \frac{M_{\mathrm{K}}\, g \cdot \eta\mu\phi}{2} = \left(2\mathrm{M} + \mathrm{M}_{\mathrm{T}} + \frac{3}{4}\mathrm{M}_{\mathrm{K}}\right)\alpha_{CM}$$

$$a_{CM} = 2\, m/s^2$$

Άρα $\alpha_{\Sigma} = 2\alpha_{CM} \Rightarrow \alpha_{\Sigma} = 4\, m/s^2$

Δ3. Ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση για τον κύλινδρο από t=0 ως t_1=0,5s:

$$\upsilon_1 = \alpha_{CM} t_1 = 1\, m/s$$

Για την κίνηση του κυλίνδρου μετά το κόψιμο του νήματος ισχύει:

$$\Sigma F_x = M_{\kappa} \alpha_{CM}^{'}$$

$$w_x - T_{\sigma\tau}^{''} = \mathrm{M}_{\mathrm{K}} \alpha_{CM}^{'} \quad (6)$$

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}_{\mathrm{K}} \alpha_{\gamma\omega\nu}^{'}$$

$\mathrm{T}_{\sigma\tau}^{''} R_{\mathrm{K}} = \frac{1}{2} \mathrm{M}_{\mathrm{K}} R_{\mathrm{K}}^2 \alpha_{\gamma\omega\nu}^{'}$, όπου $R_K \alpha_{\gamma\omega\nu}^{'} = \alpha_{CM}^{'}$ (κύλιση χωρίς ολίσθηση)

$$T_{\sigma\tau}^{''} = \frac{1}{2} \mathrm{M}_{\mathrm{K}} \alpha_{CM}^{'} \quad (7)$$

(6)+(7): $\quad w_x = \frac{3}{2} M_K \alpha_{CM}^{'}$

$$M_K\, g\,\eta\mu\phi = \frac{3}{2} M_K\, a_{CM}^{'}$$

$$a_{CM}^{'} = \frac{2}{3} g\,\eta\mu\phi$$

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ

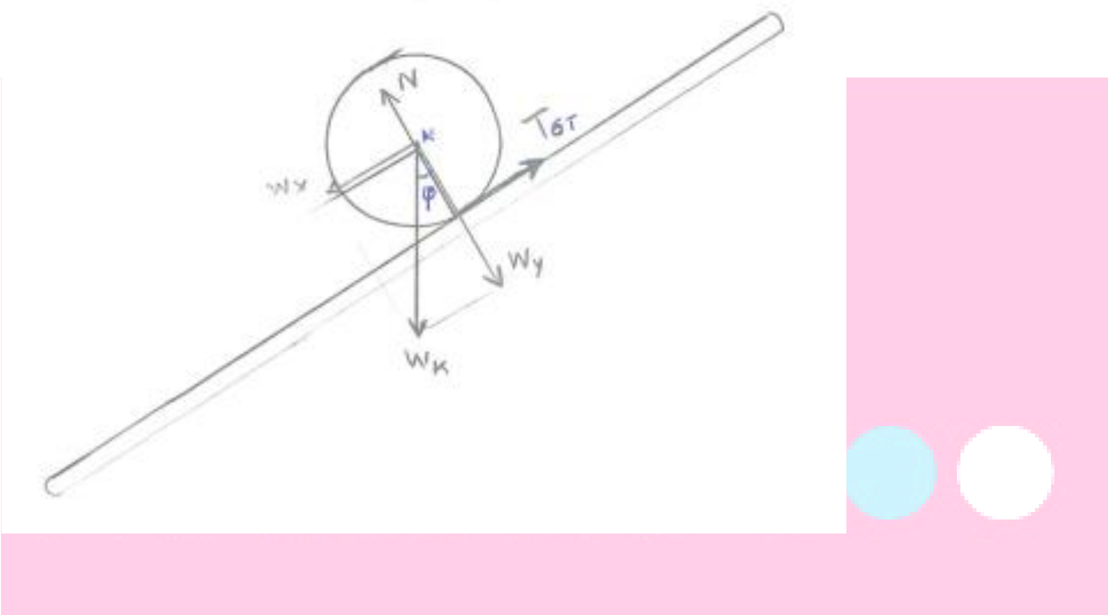
$$\alpha_{CM}^{'} = \frac{10}{3} m/s^2$$

Ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση για τον κύλινδρο από t_1 ως t_2

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 - \alpha_{CM}^{'} \Delta t$$

$$0 = \upsilon_1 - \alpha_{CM}^{'} \Delta t$$

$\Delta t = \dfrac{\upsilon_1}{\alpha_{CM}^{'}} \Rightarrow \Delta t = 0{,}3s$, άρα $t_2 = t_1 + \Delta t \Rightarrow t_2 = 0{,}8s$



Δ4.

Στο διάστημα από t=0 ως t_1, ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση:

$$S_1 = \frac{1}{2}\alpha_{CM} t_1^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 0{,}5^2 = 0{,}25m$$

Στο διάστημα από t_1 ως t_2, ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση:

$$S_2 = \upsilon_1 \Delta t - \frac{1}{2} a_{CM}^{'} \Delta t^2$$

$$S_2 = 0{,}3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{3} 0{,}3^2 = 0{,}3 - 0{,}15 = 0{,}15m$$

Άρα το συνολικό διάστημα είναι:

$$S_{o\lambda} = S_1 + S_2 = 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}4m$$

Δ5.

Η κάθετη δύναμη που ασκεί ο κύλινδρος στην σανίδα είναι N’=N (δράση-αντίδραση)

Για τον κύλινδρο:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow N = w_y = M_k g \sigma \upsilon \nu \phi \text{ άρα } N' = M_K g \sigma \upsilon \nu \phi$$

Αρκεί να δείξουμε ότι η σανίδα ισορροπεί τη στιγμή που ο κύλινδρος βρίσκεται στην ανώτερη θέση.

$$-M_K g \sigma \upsilon \nu \phi (S_{o\lambda} - \Gamma\Delta) + Mg(K\Gamma)\sigma \upsilon \nu \phi = N_A \cdot (A\Gamma)\sigma \upsilon \nu \phi$$

$$N_A = 2{,}4N$$

$N_A>0$ άρα η σανίδα δεν ανατρέπεται.