

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2017
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1.

Απόδειξη , παράγραφος 1.3 σελ 31

A2.

Ορισμός παράγραφος 1.1 σελ. 14

A3.

Ορισμός σελ 72 Η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

A4.

α. Σωστό

β. Λάθος με $x_1 < x_2$ $f(x_1) > f(x_2)$

γ. Λάθος και για ποσοτικά και για ποιοτικά δεδομένα.

δ. Σωστό

ε. Λάθος είναι το A-B

ΘΕΜΑ Β

x_i	v_i	$x_i v_i$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
1	2	2	$9 \cdot 2 = 18$
3	3	9	$1 \cdot 3 = 3$
5	4	20	$1 \cdot 4 = 4$
9	1	9	$25 \cdot 1 = 25$
ΣΥΝΟΛΟ	10	40	50

$$\alpha) \bar{x} = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^k x_i v_i = \frac{40}{10} = 4$$

β) Οι παρατηρήσεις διατεταγμένες κατά αύξουσα σειρά είναι:

1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9

και πλήθος $n=10$ (άρτιο).

Η διάμεσος $\delta = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{3 + 5}{2} = 4$

γ) Για τη διακύμανση ισχύει:

$$s^2 = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 v_i$$

$$\text{Άρα } s^2 = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 v_i = \frac{50}{10} = 5$$

B2.

$$CV = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{25\sqrt{5}}{100} > \frac{10}{100} = 0,1$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$f'(x) = 2x - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Πιθανά ακρότατα } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

Πρόσημο f'

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ και } f'(x) < 0 \text{ για } x < \frac{1}{2}$$

Οπότε η $f(x)$ παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $\frac{1}{2}$ ίσο με $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{4}$

Γ2.

Η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $(2, f(2))$ δίνεται από την εξίσωση:

$$y = ax + \beta, \text{ με } a = f'(2) \text{ και } y = f(2).$$

$$\text{Οπότε } f'(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 3 \text{ και } f(2) = 4 - 2 + 1 = 3$$

$$\text{Άρα } 3 = 3 \cdot 2 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3$$

$$\text{Οπότε } y = 3x - 3$$

Γ3.

$$\text{Σημεία τομής: με } x \text{ } y = 0 \Leftrightarrow 3x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{Και } y \text{ } y = 3 \cdot 0 - 3 \Leftrightarrow y = -3$$

$$\text{Οπότε } B(1,0) \text{ και } \Gamma(0,-3)$$

Γ4.

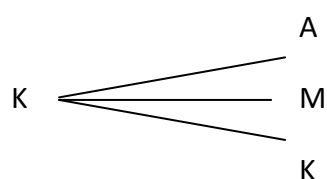
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Από την υπόθεση παρατηρούμε ότι το πείραμα εκτελείται σε δύο φάσεις, επομένως για το δενδροδιάγραμμα θα ισχύει:



Όπου:

Α: άσπρη μπάλα

Μ: μαύρη μπάλα

Κ: κόκκινη μπάλα

Ο δειγματικός χώρος του πειράματος είναι:

$$\Omega = \{AA, AM, AK, MA, MM, MK, KA, KM, KK\}$$

Δ2.

Για την παράσταση με αναγραφή των ενδεχομένων έχουμε:

A: η δεύτερη μπάλα που θα εξαχθεί είναι μαύρη.

$$A = \{AM, MM, KM\}$$

B: να εξαχθούν δύο μπάλες διαφορετικού χρώματος.

$$B = \{AM, AK, MA, MK, KA, KM\}$$

Δ3.

Από υπόθεση ισχύει ότι έχουμε ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα επομένως θα ισχύει ο κλασικός ορισμός πιθανότητας και με χρήση του ερωτήματος Δ2 θα ισχύει:

α)

- $A' = \{AA, AK, MA, MK, KA, KK\}$ και $N(A') = 6$

$$\text{άρα } P(A') = \frac{N(A')}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

- $A \cap B = \{AM, KM\}$ και $N(A \cap B) = 2$

$$\text{άρα } P(A \cap B) = \frac{2}{9}$$

- $A - B = \{MM\}$ και $N(A - B) = 1$

$$\text{άρα } P(A - B) = \frac{1}{9}$$

- $B - A = \{AK, MA, MK, KA\}$ και $N(B - A) = 4$

$$\text{άρα } P(B - A) = \frac{4}{9}$$

β)

1^{ος} τρόπος

$$x \notin (A \cup B) \text{ δηλαδή } x \in (A \cup B)'$$

Άρα είναι $\Gamma \subseteq (A \cup B)'$ και αφού

$$P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{2}{9} = \frac{2}{9}$$

$$\text{Επομένως } P(\Gamma) \leq P(A \cup B)' \Leftrightarrow P(\Gamma) \leq \frac{2}{9}$$

$$\text{Άρα } P(\Gamma)_{\max} = \frac{2}{9}$$

2^{ος} τρόπος

Το Γ αποτελείται από στοιχεία του Ω εκτός από τα αυτά που περιέχονται στα ενδεχόμενα A και B .

$$\text{Άρα } \Gamma = \{AA\}, \Gamma = \{KK\}, \Gamma = \emptyset, \Gamma = \{AA, KK\}$$

$$\text{Άρα } P(\Gamma)_{\max} = \frac{2}{9}$$