

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2016

ΘΕΜΑ Α

A1. Απόδειξη σχολικού βιβλίου σελίδα 150-151

A2. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 87

A3. Ορισμός σχολικού βιβλίου σελίδα 14

A4. α) ΣΩΣΤΟ σελ.151

β) ΛΑΘΟΣ σελ. 86

γ) ΣΩΣΤΟ σελ. 31

δ) ΣΩΣΤΟ σελ.67

ε) ΛΑΘΟΣ σελ.40

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

B1.

Οπότε για κάθε $x \in \mathbb{R}$ έχουμε:

$$f'(x) = x^2 - 5x + 6$$

Είναι

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ ή } x = 3$$

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	

- Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$ και στο $[3, +\infty)$ ενώ είναι η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[2, 3]$
- Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1=2$ με τιμή $f(2)=\frac{11}{3}$
- Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_2=3$ με τιμή $f(3)=\frac{7}{2}$

B2.

Έστω $y=\lambda x+\beta$ η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f .

Βρίσκω $f(0)=-1$

Το σημείο $M(0, f(0))$ είναι $M(0, -1)$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εξίσωσης είναι $\lambda=f'(0)=6$

Υπολογίζω το β :

$$-1=6 \cdot 0+\beta \Leftrightarrow -1=\beta$$

Επομένως η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f είναι :

$$y=6x-1$$

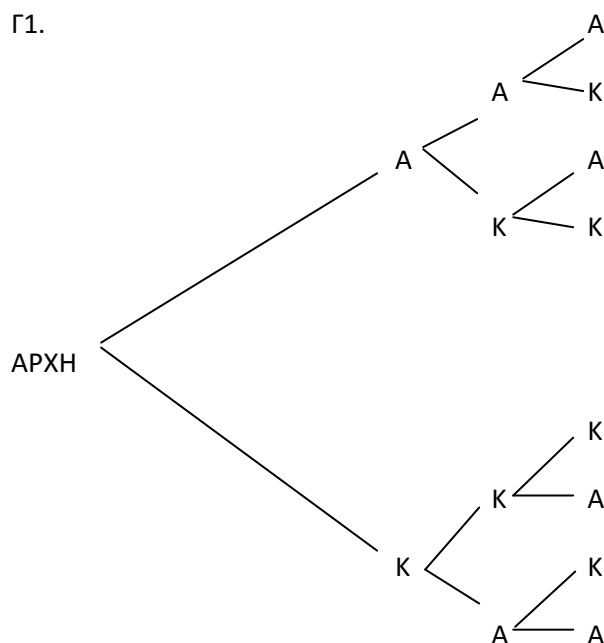
B3.

Είναι

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)-12}{x+1} &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-5x+6-12}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-5x-6}{x+1} = \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-6)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-6) = -1-6 = -7 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



$$\Omega = \{AAA, AAK, AKK, AKA, KKK, KKA, KAK, KAA\}$$

Γ2.

$$A = \{KKK, KKA, KAK, KAA\}$$

$$B = \{AKK, KKK, KKA, KAK\}$$

$$\Gamma = \{AAA, AAK, KKK, KKA\}$$

Γ3.

$$\alpha) \Delta = A \cap B = \{KKK, KKA, KAK\} \quad \text{άρα } P(\Delta) = \frac{3}{8}$$

$$E = A \cup B = \{KKK, KKA, KAK, KAA, AKK\} \quad \text{άρα } P(E) = \frac{5}{8}$$

$$Z = \Gamma - E = \{AAA, AAK\} \quad \text{άρα } P(Z) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\beta) P(H) = P((A \cup B)^c) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) =$$

$$= 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

$$P(\Theta) = P[(A - B) \cup (B - A)] = P(A - B) + P(B - A) =$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{3}{8} = 1 - \frac{6}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Αφού } P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Το πλάτος κάθε κλάσης είναι c . Οπότε:

1^η κλάση: $[8, 8+c)$

2^η κλάση: $[8+c, 8+2c)$

Η κεντρική τιμή της 2^{ης} κλάσης είναι: $x_2 = 14$ οπότε:

$$\frac{8+c+8+2c}{2} = 14$$

$$3c + 16 = 28$$

$$3c = 28 - 16$$

$$3c = 12$$

$$c = 4$$

Δ2.

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i v_i$
[8,12)	10	20	200
[12,16)	14	15	210
[16,20)	18	10	180
[20,24)	22	$v_4=5$	$22v_4$
ΣΥΝΟΛΟ		$v=45+v_4$	$590+22v_4$

Από τον τύπο της μέσης τιμής

$$\bar{x} = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^k x_i v_i \text{ έχουμε: } 14 = \frac{200 + 210 + 180 + 22v_4}{45 + v_4} \Rightarrow$$

$$14 \cdot (45 + v_4) = 590 + 22v_4 \Rightarrow$$

$$630 + 14v_4 = 590 + 22v_4 \Rightarrow 8v_4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = 5$$

Άρα

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	συχνότητα v_i
	x_i	v_i
[8,12)	10	20
[12,16)	14	15
[16,20)	18	10
[20,24)	22	5
ΣΥΝΟΛΟ		50

Δ3. Επειδή οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες έχουμε:

Από την 1^η κλάση: $v_1 = \frac{3}{4} \cdot 20 = 15$

2^η κλάση: $v_2 = 15$

3^η κλάση: $v_3 = 10$

4^η κλάση: $v_4 = 5$

Οπότε οι υπολογιστές που χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά είναι:

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 15 + 10 + 5 = 45 \text{ υπολογιστές.}$$

Δ4.

Από τον τύπο της διακύμανσης έχουμε:

$$s^2 = \frac{1}{v} \cdot \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$$

Χρόνος (σε λεπτά)	x_i	v_i	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
[8,12)	10	20	16	320
[12,16)	14	15	0	0
[16,20)	18	10	16	160
[20,24)	22	5	64	320
ΣΥΝΟΛΟ		50		800

$$\text{Άρα } s^2 = \frac{800}{50} = 16 (\lambda \epsilon \pi \acute{\alpha})^2$$

Οπότε $s=4$ λεπτά

$$CV_x = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

Επειδή $\frac{2}{7} > \frac{1}{10}$ το δείγμα δεν είναι ομοιογενές

Δ5. Επειδή ο επεξεργαστής του υπολογιστή είναι ταχύτερος τότε η νέα μέση τιμή γίνεται:

$$\bar{y} = \frac{80}{100} \cdot \bar{x} = \frac{8}{10} \bar{x}$$

$$\text{Και } s_y = \left| \frac{8}{10} \right| s_x$$

$$\text{Τότε } (CV_y) = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{\frac{8}{10} s_x}{\frac{8}{10} \bar{x}} = \frac{s_x}{\bar{x}} = CV_x$$

Άρα η ομοιογένεια δεν μεταβάλλεται.