ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ ΕΠΑΛ (ΝΕΟ ΣΥΣΤΗΜΑ)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Απόδειξη σχολικου βιβλίου σελίδα 28

Α2. Ορισμός σχολικό βιβλίο σελίδα 141

Α4. α)ΣΩΣΤΟ

β) ΛΑΘΟΣ

γ) ΣΩΣΤΟ

δ) ΣΩΣΤΟ

ε) ΣΩΣΤΟ

ΘΕΜΑ Β

Β1

$v_1 = v_5$

Αριθμός πιστωτικών καρτών x_i	Αριθμός υπαλλήλων v_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα f_i %	$x_i v_i$
0	5	5	25	0
1	4	9	20	4
2	2	11	10	4
3	4	15	20	12
4	5	20	25	20
Σύνολο	20		100	40

Β2.

$$\bar{x} = \frac{1}{v}\sum_{i=1}^{k} x_i v_i = \frac{40}{20} = 2$$ πιστωτικές κάρτες

Β3.

Οι υπάλληλοι που έχουν 3 το πολύ πιστωτικές κάρτες είναι 15

Β4.

Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν τουλάχιστον 2 πιστωτικές κάρτες είναι 55%

ΘΕΜΑ Γ

f(x)= $\frac{x}{x^2+1}+\frac{1}{2}$ για κάθε x $\in R$

Οπότε για κάθε x $\in R$ έχουμε:

$$f'(x)=\frac{x'(x^2+1)-x(x^2+1)'}{(x^2+1)^2}=\frac{x^2+1-2x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}$$

Γ2.

Ο ρυθμός μεταβολής της f στο $x_1=-1$ είναι :

$$f'(-1)=\frac{1-(-1)^2}{[(-1)^2+1]^2}=\frac{1-1}{2^2}=0$$

Ο ρυθμός μεταβολής της f στο $x_2=1$ είναι :

$$f'(1)=\frac{1-1^2}{(1^2+1)^2}=\frac{1-1}{2^2}=0$$

Γ3.

Είναι

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2}=0 \Leftrightarrow 1-x^2=0 \Leftrightarrow x=1 \text{ ή } x=-1$$

Επειδή $(x^2+1)^2>0$ για κάθε x $\in R$ το πρόσημο της f' εξαρτάται μόνο από τον αριθμητή $1-x^2$

x	$-\infty$	-1	1 $+\infty$
f'(x)	-	+	-
f(x)	↘	↗	↘

- Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, -1]$ και στο $[1, +\infty)$ ενώ είναι η f είναι γνησίως αύξουσα στο [-1, 1]
- Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_1=-1$ με τιμή f(-1)=0
- Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_2=1$ με τιμή f(1)=1

Γ4. Επειδή το 2015 και το 2016 ανήκουν στο διάστημα $[1, +\infty)$ και η f είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα αυτό είναι :

$2015<2016 \Leftrightarrow f(2015)>f(2016)$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Είναι $\alpha=\lim_{x\to 4}\frac{x^2-6x+8}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-2)(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}(x-2)=4-2=2$

Δ2.

Για $\alpha=2$ είναι $f(x)=x^2+2x-3$

Επομένως η παράγωγος συνάρτηση $f'(x)$ είναι

$f'(x)=(x^2+2x-3)'=2x+2$

Δ3.

Έστω $y=\lambda x+\beta$ η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f.

Βρίσκω $f(-2)=(-2)^2+2(-2)-3=4-4-3=-3$

Το σημείο $M(-2, f(-2))$ είναι $M(-2, -3)$

Ο συντελεστής διεύθυνσης της εξίσωσης είναι $\lambda=f'(-2)=2(-2)+2=-4+2=-2$

Υπολογίζω το β :

$-3=(-2)(-2)+\beta \Leftrightarrow -3=4+\beta \Leftrightarrow \beta=-3-4 \Leftrightarrow \beta=-7$

Επομένως η εξίσωση εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f είναι :

$y=-2x-7$

Δ4.

Γνωρίζουμε ότι αν οι τιμές ενός δείγματος με μέση τιμή $\bar{x}$ πολλαπλασιαστούν με ένα έναν αριθμό c_1 τότε η νέα μέση τιμή $\bar{y}$ μπορεί να υπολογισθεί απευθείας πολλαπλασιάζοντας την $\bar{x}$ με τον αριθμό c_1 δηλαδή $\bar{y}=c_1\bar{x}$

Γνωρίζουμε ότι αν στις τιμές ενός δείγματος με μέση τιμή $\bar{x}$ προσθέσουμε έναν αριθμό c_2 τότε η νέα μέση τιμή $\bar{y}$ μπορεί να υπολογισθεί απευθείας προσθέτοντας σ την $\bar{x}$ τον αριθμό c_2 δηλαδή $\bar{y} = c_2 + \bar{x}$

Επομένως από τις σχέσεις βρίσκουμε $c_1=-2$ και $c_2=-7$

Άρα $\bar{y}$ =(-2)2-7=-4-7=-11