

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2015

ΘΕΜΑ Α

A1. Θεωρία σελ. 212

A2. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

A3. α) $\int_a^\beta \frac{1}{x} dx = [\ln x]_a^\beta = \ln \beta - \ln a$

β) (c)' = 0

γ) $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_k v_k}{v_1 + v_2 + \dots + v_k}$

ΘΕΜΑ Β

B1.

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο ανάκλασης	Συχνότητα v_i	Αθροιστική συχνότητα N_i	$k_i v_i$
[5-15]	10	20	20	200
[15-25)	20	14	34	280
[25-35)	30	12	46	360
[35-45)	40	4	50	160
Σύνολα		$v=50$		1000

B2. $\bar{x} = \frac{1000}{50} = 20$ λεπτά

B3.

Χρόνος σε λεπτά	K_i	v_i	$(K_i - \bar{x})^2$	$v_i (K_i - \bar{x})^2$
[5-15]	10	20	100	2000
[15-25)	20	14	0	0
[25-35)	30	12	100	1200
[35-45)	40	4	400	1600
Σύνολα		$v=50$		4800

$S^2 = \frac{4800}{50} = 96$ λεπτά²

$S = \sqrt{96} \approx 10$ λεπτά

$$\mathbf{B4.} \quad CV = \frac{S}{|x|} = \frac{10}{20} \cdot 100 = 50\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & \text{av } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2} & \text{av } x \leq 2 \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}^*$$

$$\mathbf{\Gamma_1.} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4e^{2-2} = 8 + 4 = 12$$

$$\mathbf{\Gamma_2.} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 + 2x + 4}{\lambda} = \frac{4 + 4 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

$\mathbf{\Gamma_3.}$ Για να είναι συνεχής η συνάρτηση f στο $x_0=2$ πρέπει:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2)$$

$$\text{άρα } 12 = \frac{12}{\lambda} \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

$$\mathbf{\Gamma_4.} \quad \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = 4 \int_1^2 (x + e^{x-2}) dx = 4 \int_1^2 (x + \frac{1}{e^2} e^x) dx = 4 \left[\frac{x^2}{2} + \frac{1}{e^2} e^x \right]_1^2 =$$

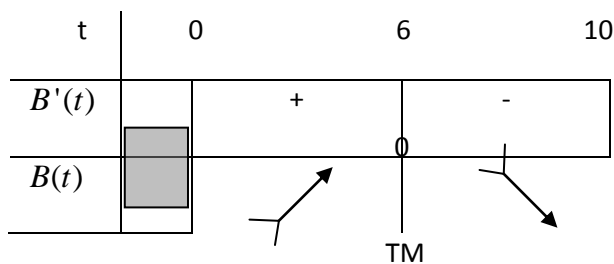
$$4 \left[\left(\frac{4}{2} + \frac{1}{e^2} e^2 \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^2} e \right) \right] = 4 \left(2 + 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{e} \right) = 10 - \frac{4}{e}$$

ΘΕΜΑ Δ

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου είναι :

$$\mathbf{\Delta_1.} \quad B'(t) = \left(-\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15 \right)' = -t^2 + 4t + 12, \quad 0 \leq t \leq 10$$

$\mathbf{\Delta_2.}$ Έστω $B'(t)=0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0 \Leftrightarrow t_1 = -2 \notin [0,10]$ απορρίπτεται ή $t_2 = 6 \in [0,10]$ δεκτή



Άρα το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο σε 6 έτη

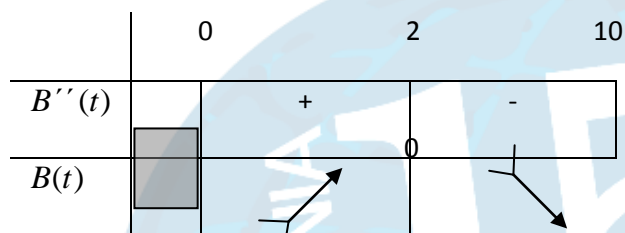
Δ_3 . Η συνάρτηση B είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[6,10]$,

επομένως

$$6 \leq t \leq 9 \Leftrightarrow B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

Δ_4 . Είναι $B''(t) = (-t^2 + 4t + 12)' = -2t + 4$ για $t \in [0,10]$

$$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$



Άρα ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος σε 2 έτη.

Πρώτοι με την πρώτη!