ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ΕΠΑΛ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2015

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία σελ. 212

Α2. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=[\ln x]_{a}^{\beta}=\ln\beta-\ln a$

β) (c)΄=0

γ) $\bar{x}=\frac{x_1\nu_1+x_2\nu_2+\ldots x_\kappa\nu_\kappa}{\nu_1+\nu_2+\ldots\nu_\kappa}$

ΘΕΜΑ Β

Β1.

Χρόνος σε λεπτά	Κέντρο ανάκλασης	Συχνότητα ν_i	Αθροιστική συνχνότητα N_i	$k_i\nu_i$
[5-15]	**10**	20	**20**	200
[15-25)	**20**	**14**	34	280
[25-35)	**30**	12	**46**	360
[35-45)	**40**	**4**	**50**	160
Σύνολα		ν=50		1000

Β2. $\bar{x}=\frac{1000}{50}=20\,\text{λεπτά}$

Β3.

Χρόνος σε λεπτά	K_i	ν_i	$(K_i-\bar{x})^2$	$\nu_i(k_i-\bar{x})^2$
[5-15]	10	20	100	2000
[15-25)	20	14	0	0
[25-35)	30	12	100	1200
[35-45)	40	4	400	1600
Σύνολα		ν=50		4800

$S^2=\frac{4800}{50}=96\,\text{λεπτά}^2$

$S=\sqrt{96}\approx 10\,\text{λεπτά}$

B4. $CV=\dfrac{S}{|\bar{x}|}=\dfrac{10}{20}\cdot 100=50\%$

ΘΕΜΑ Γ

f(x)= $\begin{cases} \dfrac{x^3-8}{\lambda x-2\lambda} & \alpha\nu \quad x>2 \\ 4x+4e^{x-2} & \alpha\nu \quad x\le 2 \end{cases}$ $\qquad \lambda\in R^*$

Γ₁. $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^-}(4x+4e^{x-2})=4\cdot 2+4e^{2-2}=8+4=12$

Γ₂. $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^3-8}{\lambda x-2\lambda}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-2)(x^2+2x+4)}{\lambda(x-2)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+2x+4}{\lambda}=\dfrac{4+4+4}{\lambda}=\dfrac{12}{\lambda}$

Γ₃. Για να είναι συνεχής η συνάρτηση f στο x_0=2 πρέπει:

$\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=f(2)$

άρα 12=$\dfrac{12}{\lambda}\Leftrightarrow 12\lambda=12\Leftrightarrow \lambda=1$

Γ₄. $\displaystyle\int_1^2 f(x)dx=\int_1^2(4x+4e^{x-2})dx=4\int_1^2(x+e^{x-2})dx=4\int(x+\frac{1}{e^2}e^x)dx=4\left[\frac{x^2}{2}+\frac{1}{e^2}e^x\right]_1^2=$

$4\left[\left(\dfrac{4}{2}+\dfrac{1}{e^2}e^2\right)-\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{e^2}e\right)\right]=4\left(2+1-\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{e}\right)=10-\dfrac{4}{e}$

ΘΕΜΑ Δ

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου είναι :

Δ₁. B΄(t)=$\left(-\dfrac{t^3}{3}+2t^2+12t+15\right)'=-t^2+4t+12,\quad 0\le t\le 10$

Δ₂. Έστω B΄(t)=0 $\Leftrightarrow -t^2+4t+12=0\Leftrightarrow t_1=-2\notin[0,10]$ $\alpha\pi o\rho\rho\acute{\iota}\pi\tau\varepsilon\tau\alpha\iota$ ή $t_2=6\in[0,10]$ $\delta\varepsilon\kappa\tau\acute{\eta}$

t	0		6		10
$B'(t)$		+	0	-	
$B(t)$		↗	TM	↘	

Άρα το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο σε 6 έτη

Δ$_3$. Η συνάρτηση Β είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[6,10]$,

επομένως

$6 \le t \le 9 \Leftrightarrow B(9) \le B(t) \le B(6)$

Δ$_4$. Είναι $B''(t) = (-t^2 + 4t + 12)' = -2t + 4$ για $t \in [0,10]$

$B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

t	0		2		10
$B''(t)$		+	0	-	
$B(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Άρα ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος σε 2 έτη.