ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Ορισμός

Α2. α) Σ β) Σ γ) Λ δ) Λ ε)Σ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta} \eta\mu x dx = [-\sigma\upsilon\nu x]_a^{\beta} = -\sigma\upsilon\nu\beta + \sigma\upsilon\nu\alpha$

β) $(c \cdot f)'(x) = c \cdot f'(x)$

γ) $(x^a)' = \alpha x^{a-1}$

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = \begin{cases} a^2 x + \ln x, \ 0 < x \le 1 \\ \dfrac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, \ x > 1 \end{cases}$$

Β1.

$$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^-} (a^2 x + \ln x) = a^2 \cdot 1 + \ln 1 = a^2$$

Β2.

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x+3-4} = \lim_{x \to 1^+} \frac{x(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = 4$$

Β3.

$\lim_{x \to 1^-} f(x) = \lim_{x \to 1^+} f(x) = f(1)$ με f(1) = $a^2 \cdot 1 + \ln 1 = a^2$ οπότε $a^2 = 4 \Leftrightarrow a = \pm 2$

ΘΕΜΑ Γ

Μισθός x_i	ν_1	f_i%	$x_i \nu_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \nu_i$
6	25	50	150	$(6-9)^2=9$	9·25=225
10	17	34	170	$(10-9)^2=1$	17·1=17
15	6	12	90	$(15-9)^2=36$	36·6=216
20	2	4	40	$(20-9)^2=121$	121·2=242
ΣΥΝΟΛΑ	50	100	450		700

ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ 12 ΧΡΟΝΙΑ Πρώτοι με την πρώτη!

Γ1.

V=25+17+6+2=25+17+8=25+25=50

$$f_1\% = \frac{25}{50} \cdot 100 = 25 \cdot 2 = 50\%$$

$$f_2\% = \frac{17}{50} \cdot 100 = 17 \cdot 2 = 34\%$$

$$f_3\% = \frac{6}{50} \cdot 100 = 6 \cdot 2 = 12\%$$

$$f_4\% = \frac{2}{50} \cdot 100 = 2 \cdot 2 = 4\%$$

Γ2.

$\bar{x} = \frac{\Sigma xivi}{v} = \frac{450}{50} = 9$ εκατοντάδες ευρώ

Γ3.

Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν μισθό το πολύ 1000 ευρώ δηλαδή 10 εκατοντάδες ευρώ είναι 50%+34%=84%

Γ4.

$s^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 v_i}{v} = \frac{700}{50} = 14$ (εκατοντάδες ευρώ)^2

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = (x-2)^2(x+a)$$

Δ1.

$$f'(x) = ((x-2)^2)'(x+a) + (x-2)^2(x+a)' =$$

$$= 2(x-2)(x-2)'(x+a) + (x-2)^2 \cdot 1 =$$

$$= 2(x-2)(x+a) + (x-2)^2 = (x-2)[2(x+a) + (x-2)]$$

$$= (x-2)(2x+2a+x-2) = (x-2)(3x+2a-2)$$

12 ΧΡΟΝΙΑ ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ
Πρώτοι με την πρώτη!

Δ2.

Η f παρουσιάζει στο x_0=4 τοπικό ακρότατο οπότε f΄(4)=0. Άρα

$$f'(4)=(4-2)(12+2\alpha-2)=0 \Leftrightarrow 2\cdot(10+2\alpha)=0 \Leftrightarrow 10+2\alpha=0 \Leftrightarrow 2\alpha=-10 \Leftrightarrow \alpha=-5$$

Δ3.

Για α=-5 ισχύει $f(x)=(x-2)^2(x-5)$ και $f'(x)=(x-2)(3x-12)$

Οπότε f΄(x)=0 άρα x=2 ή x=4

x	$-\infty$	**2**	**4**	$+\infty$
f'(x)	**+**	**-**	**+**	
f(x)	**Γνησίως αύξουσα**	**Γνησίως φθίνουσα**	**Γνησίως αύξουσα**	

Η f είναι γνησίως αύξουσα $\Delta_1=(-\infty,2]$ και γνησίως αύξουσα στο Δ_3 =[4,+∞)

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ_2 =[2,4]

Στο x_1=2 παρουσιάζει τοπικό μέγιστο ίσο με f(2)=0

Στο x_2=4 παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο ίσο με f(4)=-4

Δ4.

Έστω συνάρτηση Φ(x)=g(x)-h(x)=$3x^2$-12x-6x+24=$3x^2$-18x+24

Βρίσκουμε τις ρίζες της εξίσωσης

$$\Phi(x)=0 \Leftrightarrow 3\cdot(x^2-6x+8)=0 \Leftrightarrow x^2-6x+8=0$$

Άρα x=2 ή x=4

ΠΡΟΣΗΜΟ ΤΗΣ Φ

x	$-\infty$	**2**	**4**	$+\infty$
Φ(x)	**+**	**-**	**+**	

Η Φ είναι συνεχής στο R ως πολυωνυμική

ΑΡΑ Ε(Ω)= $\int_2^4 |\Phi(x)|dx=-3\int_2^4(x^2-6x+8)dx=3[-\frac{x^3}{3}+3x^2-8x]_2^4=4$ τ. μονάδες

ΑΝΑΤΟΛΙΚΟ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟ ΚΕΟΝΙΑ Πρώτοι με την πρώτη!