ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2012
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία Σχ. Βιβλίου

Α2. Σ
Σ
Λ
Σ
Σ

Α3. (α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx = \ln\beta - \ln a$

(β) $(gof)'(x) = g'(f(x))\cdot f'(x)$

(γ) $\int_{\alpha}^{\beta} c dx = c(\beta - \alpha)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $\sum_{\iota=1}^{5} v_i = v \Leftrightarrow 6+5+4+\kappa+2\kappa+1=25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 16+3\kappa=25 \Leftrightarrow 3\kappa=9 \Leftrightarrow \kappa=3$

Β2.

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
Σύνολα	25	-	100	75

Β3. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i v_i}{v} = \frac{75}{25} = 3 ώρες$

δ=t_{13}=3 ώρες

Β4. Τουλάχιστον 3 ώρες διαβάζει το 56% των μαθητών, (αφού $f_3\%+f_4\%+f_5\%=16+12+28=56\%$)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(ax^2+\beta x) = a+\beta$

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} =$

$\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{x-1} = \sqrt{4}+2=4$

Γ3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0=1$ πρέπει:

$\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow a+\beta = 4 \ (1)$

Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το Α(-1, 2) ισχύει ότι:

$f(-1)=2 \Leftrightarrow a-\beta=2 \ (2)$

Λύνοντας το (Σ) των (1) και (2) προκύπτει ότι: α=3, β=1

ΘΕΜΑ Δ

$f(x)=3x^2-2x-1$

Δ1. $F(x)=x^3-x^2-x+c,\ c\in R$

$F(0)=1 \Leftrightarrow 0^3-0^2-0+c=1 \Leftrightarrow c=1$

Άρα $F(x)=x^3-x^2-x+1,\ x\in R$

Δ2. $F'(x)=f(x)=3x^2-2x-1$

$F'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-2x-1=0 \Leftrightarrow x_1=1 \ \acute{\eta} \ x_2=-\dfrac{1}{3}$

x		-1/3		1	
F'(x)	+	0	-	0	+
F(x)	T ↗	M	↘	T E	↗

Άρα η F είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, -\frac{1}{3}]$ και στο $[1, +\infty)$ και γν. φθίνουσα στο $[-\frac{1}{3}, 1]$.

Η F παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x = -\frac{1}{3}$ το $F(-\frac{1}{3}) = \frac{32}{27}$

Η F παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο x=1 το F(1)=0.

Δ3. $2011 > 1$ και $2012 > 1$

$2011 < 2012 \Leftrightarrow F(2011) < F(2012)$ (αφού η F είναι γνησίως αύξουσα στο $[1, +\infty)$)

Δ4. $\mathrm{E}(\Omega) = \int_0^1 |f(x)| dx$, επειδή f(x)<0 στο (0, 1)

$$\mathrm{E}(\Omega) = -\int_0^1 f(x)dx = -\int_0^1 (3x^2 - 2x - 1)dx = -\left[x^3 - x^2 - x\right]_0^1 = -(1-1-1-0) = 1 \text{ τ.μον.}$$