ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2005
ΕΝΔΙΕΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^{o}

Α. Θεωρία βιβλίου. Απόδειξη σελ. 151

Β. α. θεωρία βιβλίου σελ. 59

Β. θεωρία βιβλίου σελ. 59

Γ. α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Λάθος

δ. Λάθος

ΘΕΜΑ 2^{o}

Κλάσεις	Κέντρο Κλάσης x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική Συχνότητα f_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Αθρ. Σχετ. Συχνότητα F_1
[4, 8)	6	5	0,10	5	0,10
[8,12)	10	10	0,20	15	0,30
[12, 16)	14	25	0,50	40	0,80
[16, 20)	18	10	0,20	50	1
ΣΥΝΟΛΟ		50	1		

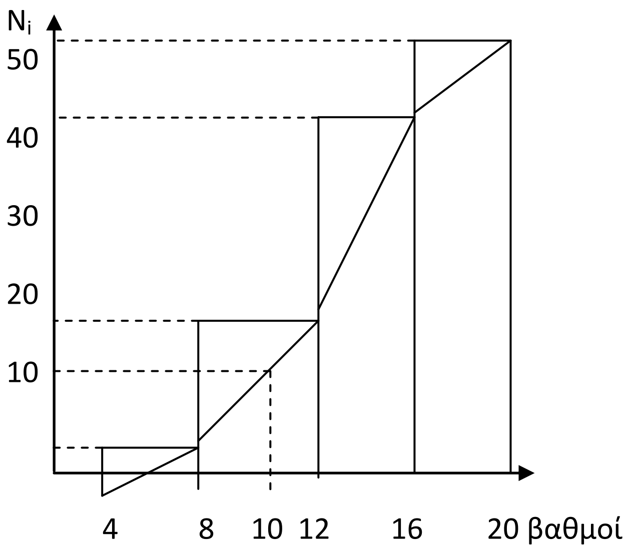
β) $\bar{x} = \frac{6\cdot 5 + 10\cdot 10 + 14\cdot 25 + 18\cdot 10}{50} = \frac{30+100+350+180}{50} = \frac{660}{50}13{,}2$

γ) Α΄τρόπος

Είναι όλοι οι μαθητές της κλάσης [4, 8) και οι μισοί της κλάσης [8,12), λόγω ομοιόμορφης κατανομής των παρ/σεων εντός της κλάσης (αφού 10 το κέντρο της) δηλ. 5+5=10 μαθητές

Β΄τρόπος

Κατασκευάζω πολύγωνο αθροιστικών συχνοτήτων



Γραφικά με τη βοήθεια του πολύγωνου αθρ. σχετ. συχνοτήτων εντοπίζω ότι το πλήθος είναι 10 μαθητές

ΘΕΜΑ 3^{ο}

$A \subseteq \Omega$, $B \subseteq \Omega$

(i) $P(A \cup B) = \frac{7}{8}$

(ii) $P(B) \in X$

$P(A \cap B) \in X$, $P(B) \neq P(A \cap B)$

$X = \left\{\kappa, \frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right\}$

α) $\kappa = \lim\limits_{x\to 5} \frac{3x-15}{x^2-6x+5} \overset{\%}{=} \lim\limits_{x\to 5} \frac{3(x-5)}{(x-5)(x-1)} = \frac{3}{4}$

Άρα $X = \left\{\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right\}$

β) $A \cap B \subseteq B$ άρα $P(A \cap B) < P(B)$ (αφού $P(B) \neq P(A \cap B)$

Άρα $P(A \cap B) = \frac{1}{2}$ $\kappa\alpha\iota$ $P(B) = \frac{3}{4}$ $\alpha\varphi o\acute{\upsilon}$ $\frac{5}{4} > 1$

γ) (1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow$

$P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = \frac{7}{8} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$P(A) = \frac{5}{8}$

(2) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{8} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow P(A - B) = \frac{1}{8}$

ΘΕΜΑ 4^{ο}

$f(x) = \frac{1}{x}, x \in (0, +\infty)$

α. $f'(x) = -\frac{1}{x^2}$

$\lambda = f'(1) = -\frac{1}{1^2} = -1$

Άρα ε:y=-x+β

Επειδή Λ$\in$ε, έχω

1=-1+β$\Leftrightarrow$β=2

Επομένως ε:y=-x+2

β. Έστω $M\left(x, \frac{1}{x}\right)$ το σημείο

$\Pi(x) = 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2x + \frac{2}{x}$

Μελετώ τη συνάρτηση

$$\Pi'(x) = 2 - \frac{2}{x^2}$$

$$\Pi'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ή } x = -1 (\text{απορρ. αφού } x > 0)$$

$$\Pi'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$$

x	0	1	$+\infty$
Π΄(x)	-	0	+
Π(x)	↘		↗

Ελάχιστη περίμετρος όταν x=1
Άρα Μ(1,1) Δηλαδή το σημείο ταυτίζεται με το Λ

γ) Έστω x_1, x_2,........x_5 τα σημεία της ε

Έστω $z_i=-x_i$ για i=1,2,....,5
Τότε $\bar{z} = -\bar{x} = -5$ και $S_z = |-1| \cdot S_x = S_x = 2$
Έστω $y_i=z_i+2=-x_i+2$
Τότε $\bar{y} = \bar{z} + 2 = -5 + 2 = -3$
Και $S_y = S_z = 2$
Άρα $\bar{y} = -3$ και $S_y=2$