

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2007
ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A.** Θεωρία βιβλίου σελ. 152
B. α. Θεωρία βιβλίου σελ. 22
 β. Θεωρία βιβλίου σελ. 87

- Γ1.** α. Σωστό
 β. Σωστό
 γ. Λάθος

Γ2 $f_1'(x) = vx^{v-1}$

$$f_2'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f_3'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$f_4'(x) = -\eta\mu x$$

ΘΕΜΑ 2^ο

$$f(x) = xe^x + 3, x \in \mathbb{R}$$

α. $f'(x) = e^x + xe^x = e^x + (xe^x + 3) - 3$
 $= f(x) + e^x - 3$

β. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x}{x(x-1)} =$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{-1} = -1$$

ΘΕΜΑ 3^ο

$$\Omega = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 2P(3) = 2P(4) = 2P(5)$$

$$A = \{1, 3, x^2 - x - 3\}, B = \{2, x + 1, 2x^2 + x - 2, -2x + 1\} \quad x \in \mathbb{R}.$$

α. Από Αξιωματικό Ορισμό της Πιθανότητας έχω:

$$P(-1) + P(0) + P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) = 1 \Leftrightarrow$$

$$P(-1) + P(-1) + P(-1) + P(-1) + \frac{P(-1)}{2} + \frac{P(-1)}{2} + \frac{P(-1)}{2} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{11}{2} P(-1) = 1 \Leftrightarrow P(-1) = \frac{2}{11}$$

Άρα $P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = \frac{2}{11}$ και

$$P(3) = P(4) = P(5) = \frac{1}{11}$$

β. Πρέπει $A \cap B = \{-1, 3\}$

δηλαδή πρέπει $-1 \in A$, άρα

$$x^2 - x - 3 = -1 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 2 \text{ ή } x = -1$$

Για $x=2$ είναι $B = \{2, 3, 8, -3\}$

Για $x=-1$ είναι $B = \{2, 0, -1, 3\}$

Για να ισχύει $A \cap B = \{-1, 3\}$ πρέπει $x=-1$

γ. Για $x=-1$ είναι

$$A = \{1, 3, -1\} \text{ και } B = \{2, 0, -1, 3\}$$

Από Αξιωματικό ορισμό της Πιθανότητας έχω:

$$P(A) = P(1) + P(3) + P(-1) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} = \frac{5}{11}$$

$$\begin{aligned} P(B) &= P(2) + P(0) + P(-1) + P(3) \\ &= \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{7}{11} \end{aligned}$$

$$\text{Και } P(A \cap B) = P(-1) + P(3) = \frac{2}{11} + \frac{1}{11} = \frac{3}{11}.$$

$$\text{Οπότε } P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{2}{11}$$

$$\begin{aligned} \text{Και } P(A \cup B') &= P(A) + P(B') - P(A \cap B') \\ &= P(A) + 1 - P(B) - [P(A) - P(A \cap B)] \\ &= P(A) + 1 - P(B) - P(A) + P(A \cap B) \\ &= 1 - P(B) + P(A \cap B) \\ &= 1 - \frac{7}{11} + \frac{3}{11} = \frac{7}{11} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ 4^οΔείγμα Α: 12, 18, t_3 , t_4 , ..., t_{25} Δείγμα Β: 16, 14, t_3 , t_4 , ..., t_{25}

$$t_3 + t_4 + \dots + t_{25} = 345$$

$$\alpha. \bar{x}_A = \frac{12 + 18 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\bar{x}_B = \frac{16 + 14 + t_3 + t_4 + \dots + t_{25}}{25} = \frac{30 + 345}{25} = \frac{375}{25} = 15$$

$$\beta. S_A^2 - S_B^2 =$$

$$\frac{\sum (t_i - \bar{x}_A)^2}{n} - \frac{\sum (t_i - \bar{x}_B)^2}{n} =$$

$$\frac{1}{25} \cdot \left\{ [(12-15)^2 + (18-15)^2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2] - [(16-15)^2 + (14-15)^2 + \sum_{i=3}^{25} (t_i - 15)^2] \right\} =$$

$$\frac{1}{25} \cdot (9 + 9 - 1 - 1) = \frac{16}{25}$$

$$\gamma. CV_A = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{\bar{x}_A} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow \frac{S_A}{15} = \frac{1}{15} \Leftrightarrow S_A = 1$$

$$\text{Άρα } S_A^2 - S_B^2 = \frac{16}{25} \Leftrightarrow S_B^2 = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow$$

$$S_B^2 = \frac{9}{25} \Leftrightarrow S_B = \frac{3}{5}$$

$$\text{Οπότε } CV_B = \frac{S_B}{\bar{x}_B} = \frac{\frac{3}{5}}{15} = \frac{3}{75} = \frac{1}{25}$$