ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2018

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. α. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 65

β. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 65

γ. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 65

Α2. Θεωρία σχολικό βιβλίο σελ. 22

Α3. α. Σ

β. Λ

γ. Λ

δ. Σ

ε. Λ

ΘΕΜΑ Β

14, 12, 18, 4α-1, 16 $\alpha \in R$

Β1. Γνωρίζουμε ότι η διάμεσος είναι η μεσαία παρατήρηση αν το πλήθος ν παρατηρήσεων είναι περιττός αριθμός οπότε δ=15 $\Leftrightarrow$ 4α-1=15 $\Leftrightarrow$ 4α=16 $\Leftrightarrow$ α=4

Β2. 12, 14, 15, 16, 18

$$\bar{x} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} t_i = \frac{12+14+15+16+18}{5} = \frac{75}{5} = 15$$

$$s^2 = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5}\left(t_i - \bar{x}\right)^2 = \frac{(12-15)^2+(14-15)^2+(15-15)^2+(16-15)^2+(18-15)^2}{5} =$$

$$= \frac{9+1+0+1+9}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

Β3. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$

$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{15} = 0{,}1333$ ή 13,33% άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές αφού CV>10%

Β4. Αν y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 είναι οι παρατηρήσεις που προκύπτουν έχουμε $y_i = -2x_i + 5$

Άρα $\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -30 + 5 = -25$

$s_y = |-2| s_x = 2 \cdot 2 = 4$

οπότε $CVy = \dfrac{s_y}{|\bar{y}|} = \dfrac{4}{25} = 0{,}16$ ή 16%

ΘΕΜΑ Γ

$$f(x) = 2x^3 - 3\kappa x^2 + \kappa,\ \kappa \in R,\ x \in R$$

Γ1. Επειδή η εφαπτόμενη της γραφικής παράστασης της f στο Μ(1, f(1)) είναι παράλληλη στον άξονα x΄x ισχύει f΄(1)=0

η f παραγωγίσιμη με $f'(x) = 6x^2 - 6\kappa x$

οπότε $f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 - 6\kappa = 0 \Leftrightarrow 6\kappa = 6 \Leftrightarrow \kappa = 1$

Γ2. Για κ=1 έχουμε:

$f(x)=2x^3-3x^2+1$

$f'(x)=6x^2-6x$

$f''(x)=12x-6$

$f''(x)=0 \Leftrightarrow 12x-6=0 \Leftrightarrow 12x=6 \Leftrightarrow x = \dfrac{6}{12} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$
f'	↘		↗

Για $x = \dfrac{1}{2}$ ο ρυθμός μεταβολής της f γίνεται ελάχιστος.

Γ3.

$f'(x)=6x^2-6x$

Έστω y=αx+β η εξίσωση εφαπτομένης της f΄στο (-1, f΄(-1))

Είναι f΄(-1)=6+6=12

f΄΄(-1)=-12-6=-18

οπότε $12=-18\,(-1)+\beta \Leftrightarrow$

$$12 = 18 + \beta \Leftrightarrow \beta = -6$$

Άρα η εξίσωση εφαπτομένης είναι y=-18x-6

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = \sqrt{x^2+4} + 2018,\ x \in R$$

Δ1. Η f παραγωγίσιμη με $f'(x) = \dfrac{(x^2+4)'}{2\sqrt{x^2+4}} + (2018)' = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+4}} = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ $x \in R$

Δ2. f΄(x) = 0 $\Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
f	↘		↗

Η f΄(x)>0 για x>0 άρα η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

Η f΄(x)<0 για x<0 άρα η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$

Η f παρουσιάζει ολικό ελάχιστο στο $x_0=0$ με f(0)=2020

Δ3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+4)f'(x) - 2x}{x_2} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(x^2+4)\dfrac{x}{\sqrt{x^2+4}} - 2x}{x^2} =$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(x^2+4)\cdot \dfrac{x\sqrt{x^2+4}}{x^2+4} - 2x}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{x\sqrt{x^2+4} - 2x}{x^2}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x\left(\sqrt{x^2+4} - 2\right)}{x^2} = \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x^2+4} - 2}{x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\left(\sqrt{x^2+4} - 2\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+4} + 2\right)}{x\left(\sqrt{x^2+4} + 2\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2+4-4}{x\left(\sqrt{x^2+4} + 2\right)} = \lim_{x\to 0} \frac{x^2}{x\left(\sqrt{x^2+4} + 2\right)} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sqrt{x^2+4} + 2} = \frac{0}{2+2} = \frac{0}{4} = 0$$