

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ – ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΤΡΙΤΗ 2 ΙΟΥΝΙΟΥ 2026
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Απόδειξη σχολικό βιβλίο σελ 65
- A2.** Ορισμός σχολικό βιβλίο σελ 87
- A3.** Ορισμός σχολικό βιβλίο σελ 27
- A4.** α) Λ
β) Σ
γ) Σ
δ) Λ
ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

B1. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 1 \quad x \in \mathbb{R}$

$$f'(x) = x^2 - 2x - 3$$

B2. $f'(x) = 0$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Delta = 4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ x_2 = -\frac{2}{2} = -1 \end{cases}$$

X		-1		3		
f'(x)		+	0	-	0	+
f(x)		↗		↘		↗

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty - 1]$ και στο $[3, +\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο $[-1,3]$.

Η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο για $x=-1$ το $f(-1)=\frac{8}{3}$ και τοπικό ελάχιστο για $x=3$ το $f(3)=-8$.

B3.

$$f(0)=1$$

$$\lambda=f'(0)=-3$$

$$y=\lambda x+\beta \quad \text{άρα } y=-3x+\beta$$

$$\text{Για } x=0 \text{ και } y=f(0)=1 \text{ έχουμε: } 1=-3 \cdot 0 + \beta$$

$$\beta=1$$

$$\text{APA } (\varepsilon): y=-3x+1$$

B4.

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1-3 = -4$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

$$\bar{x} = 4$$

$$\frac{2 \cdot 4 + 5 + \kappa + 0 + 3 + 7}{7} = 4$$

$$8 + 5 + 10 + \kappa = 28$$

$$23 + \kappa = 28$$

$$\kappa = 28 - 23$$

$$\kappa = 5$$

Γ2.

Παρατηρήσεις : 4,5,4,5,0,3,7

(διάταξη κατά αύξουσα σειρά) 0,3,4,4, 5,5,7

$$\delta = t_4 = 4$$

Γ3.

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v}$$

$$s^2 = \frac{(0 - 4)^2 + (3 - 4)^2 + 2(4 - 4)^2 + 2(5 - 4)^2 + (7 - 4)^2}{7}$$

$$s^2 = \frac{16+1+2+9}{7}$$

$$s^2 = \frac{28}{7}$$

$$s^2 = 4$$

Γ4.

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ άρα } CV = 50\%$$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές διότι $CV > 10\%$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.

Έστω x και y οι διαστάσεις του ορθογώνιου σε m .

$E = x \cdot y$ Επειδή το εμβαδόν E ισούται με 100 έχουμε ότι :

$$x \cdot y = 100$$

$$y = \frac{100}{x}, \quad x > 0$$

$$\text{Για την περίμετρο } \Pi \text{ ισχύει } \Pi = 2x + 2y = 2x + 2 \cdot \frac{100}{x} = 2x + \frac{200}{x}$$

$$\text{Άρα } \Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}, \quad x > 0$$

Δ2. $\Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2} = \frac{2x^2 - 200}{x^2}$

$$\Pi'(x) = 0$$

$$2x^2 - 200 = 0$$

$$2x^2 = 200$$

$$x^2 = 100$$

$$x = -10 \text{ (απορρίπτεται)} \text{ ή } x = 10$$

x	0	10	$+\infty$
$\Pi'(x)$	-	0	+
$\Pi(x)$	↘		↗

Για $x=10$ το ορθογώνιο έχει τη μικρότερη περίμετρο.

Και επειδή $y = \frac{100}{x}$ έχουμε ότι $y = \frac{100}{10} = 10$

$x = y = 10$ άρα το ορθογώνιο είναι τετράγωνο.

Δ3.

$x_1, x_2 \in (0,10)$ και η συνάρτηση $\Pi(x)$ είναι γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $(0,10)$

$$x_1 < x_2$$

$$\Pi(x_1) > \Pi(x_2)$$

$$\Pi(x_1) - \Pi(x_2) > 0$$

$$x_1 < x_2$$

$$x_1 - x_2 < 0$$

ΤΕΛΙΚΑ $A = \frac{\Pi(x_1) - \Pi(x_2)}{x_1 - x_2} < 0$

Δ4.

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\Pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\frac{2x^2 - 200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2x^2 - 200}{x^2(\sqrt{10x} - 10)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{(2x^2 - 200)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{x^2(10x - 100)} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x-10)(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2(x-10)} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(x+10)(\sqrt{10x} + 10)}{10x^2} =$$

$$\frac{2 \cdot 20(10+10)}{10 \cdot 10^2} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$